



«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» (РУДН)

Заключительный этап Олимпиады РУДН для школьников 2026 г.

Профиль: информатика и кибербезопасность

При выполнении заданий обратите внимание на следующее:

1. Получив бланк заданий, проверьте его комплектность. Все страницы бланка пронумерованы.

2. Внимательно прочитайте текст каждого задания.

При выполнении каждого задания нужно исходить только из условий, изложенных в его тексте. Изыскание дополнительных условий, прямо не обозначенных в задании, может привести к ошибке.

3. При ответе на вопрос, требующий выбора варианта из предложенных, необходимо четко отметить, например, (а) выбранный вариант.

При ответе на вопрос, требующий развернутого ответа, просьба выполнять его четким и понятным почерком. Все ответы вносятся в бланк ответов.

4. Любые исправления, которые Вы вносите в бланк ответов, должны быть читаемы, занесены с использованием той же ручки. Для грамотного внесения изменений необходимо собственноручно зачеркнуть неправильный ответ, написав фразу «Верный ответ: [содержание верного ответа]». При этом внесенные исправления и указанный верный ответ должны позволять однозначно установить содержание ответа, данного участником Олимпиады на вопросы задания.

Задание №1

Дано:

1. Функция $G(n)$ для натурального n :

$$G(1)=1$$

$$G(n)=2 \cdot G(n-1)+n, n>1$$

2. Функция $F(n)$:

$$F(1)=2$$

$$F(n)=F(n-1)+n+1, n>1$$

Функция $H(n)$ зависит от $G(n)$ и $F(n)$:

$$H(n)=G(n)-F(n)$$

Требуется:

Вычислить значение выражения:

$$\frac{G(10)-F(10)}{H(5)}$$

Задание 2. Шифрование

Для шифрования некоторого текстового сообщения используется следующий алгоритм:

1. Каждой букве из тридцатидвухбуквенного русского алфавита ставится в соответствие ее порядковый номер в алфавите, начиная с 0, т.е. а – 0, б – 1, ..., я – 31.
2. Все числа переводятся в двоичную систему счисления и представляются пятибитовым числом. Получаем двоичную запись исходной последовательности.
3. Последовательность чисел $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ задается следующим образом:
$$X_0 = 1, X_n = (3X_{n-1} + 5) \bmod 37$$
4. Все числа, содержащиеся в последовательности $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$, упорядочиваются и кодируются порядковым номером в упорядоченной последовательности, начиная с 0. То есть, если последовательность состоит из чисел 73, 71, 72, то число 71 кодируется числом 0, 72 кодируется как 1 и 73 кодируется как 2.
5. Все коды из предыдущего пункта переводятся в двоичную систему счисления с использованием наименьшего возможного числа бит. Получаем двоичную запись ключа шифрования
6. i -ый символ итоговой зашифрованной последовательности равен результату операции XOR между i -ым битом исходной последовательности и i -ым битом ключа шифрования.

Известна закодированная последовательность 011100100000011010110011001111.

Определите исходный текст.

Справочный материал

0	а	8	и	16	р	24	ш
1	б	9	р	17	с	25	щ
2	в	10	к	18	т	26	ъ
3	г	11	л	19	у	27	ы
4	д	12	м	20	ф	28	ь
5	е	13	н	21	х	29	э
6	ж	14	о	22	ц	30	ю
7	з	15	п	23	ч	31	я

Задача 3. Оптимальное кодирование

Пусть используемый алфавит состоит из 16 символов и число употреблений символа i в некотором большом тексте длины 2^{15} , обозначенная через p_i имеет вид $p_i = C_n^i$, $i = 0, \dots, 15$.

- Постройте для этого алфавита неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано, в котором будет наименьшее количество символов.

Задание №4

Контекст: имеются логические флаги безопасности: (A,B,C,D,E,F) — каждый 0/1. Дана система уравнений:

1. $(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge D) = 1$

2. $(A \rightarrow E) \wedge (B \oplus C) = 1$

3. $(D \vee E) \rightarrow F = 1$

4. $A \oplus D = 1$

5. $(B \wedge F) \vee (\neg C \wedge \neg E) = 0$

Требуется: найти количество всех решений (всех допустимых наборов значений A..F), удовлетворяющих системе; привести полное логическое рассуждение / перечисление допустимых комбинаций (можно с таблицей или пошаговым анализом сокращений).

Задание 5

Условие:

Дана система сравнений:

1. $X \equiv 2 \pmod{7}$
2. $X \equiv 5 \pmod{9}$
3. $X \equiv 3 \pmod{11}$
4. $X \equiv 8 \pmod{13}$

X — наименьшее натуральное решение

После нахождения x вычислить: $f(x) = (x \bmod 17) + (x \bmod 19)$

Задача: найти значение $f(x)$.

Задание №6

Условие:

В городе N при ремонте старого особняка нашли тайник с документами. Среди них был дневник криптографа Ивана Семёнова. На последней странице — зашифрованное сообщение и пометка: «Если что-то случится, ищите там, где семь ключей».

Из дневника известно, что Иван Семёнов работал в особом отделе и занимался разработкой шифров. В начале он записал в него: «Передал все материалы. Использовал двойную защиту — Цезарь и Виженер. Ключ — КОД».

Историки установили, что в особняке действительно было семь потайных комнат, но только в одной из них могли храниться документы.

Зашифрованное сообщение: УЯМЮЯЪЕЫЦТ Ш ЭЧЪЗЯЕХ ЭЕШАЦЮЧ

Известны этапы шифровки:

1. Первый слой — шифр Цезаря со сдвигом $+N$ (N — количество букв в фамилии криптографа)
2. Второй слой — шифр Виженера с ключом, указанным в дневнике криптографа

Правило шифра Виженера:

1. Каждая буква текста сдвигается на число, соответствующее букве ключа
2. Ключ повторяется циклически
3. Формула шифрования: $N_{\text{шифр}} = (N_{\text{текст}} + N_{\text{ключ}}) \bmod 33$
4. Формула расшифровки: $N_{\text{текст}} = (N_{\text{шифр}} - N_{\text{ключ}} + 33) \bmod 33$
3. Русский алфавит (33 буквы, включая Ё):

Задача: Расшифруйте сообщение.